Name: [redacted] Identifiaktionsnummer: 3 10 P.

Aufgabe 1 **10 Punkte**

$\hat{L}_x$, $\hat{L}_y$ und $\hat{L}_z$ bezeichne die Operatoren für die kartesischen Komponenten des Drehimpulses eines Systems. Von einem Operator $\hat{A}$ sei bekannt, dass er mit den Operatoren $\hat{L}_x$ und $\hat{L}_y$ kommutiert. Es gilt also:

$$\left[\hat{A}\,,\,\hat{L}_x\right] = \left[\hat{A}\,,\,\hat{L}_y\right] = 0\,.$$

Zeigen Sie, dass in diesem Fall $\hat{A}$ auch mit der z-Komponente des Drehimpulses kommutiert, also

$$\left[\hat{A}\,,\,\hat{L}_z\right] = 0\,.$$

$[L_x, L_y] = i\hbar L_z$ ✓

/

Name: [redacted] Identifiaktionsnummer: 3 7 P.

Aufgabe 2 **10 Punkte**

Wir betrachten ein System aus 2 Teilchen mit den Drehimpulsen $\vec{j}_1$ beziehungsweise $\vec{j}_2$. Die Basis der ungekoppelten Produktzustände für dieses System ist gekennzeichnet durch die Quantenzahlen j_i und m_i, wobei sich wie üblich j_i auf den Eigenwert des Operators $\hat{j}_i^2$ und m_i auf die z-Komponente des Drehimpulsoperators $\hat{j}_{zi}$ des Teilchens i bezieht. Ein solcher ungekoppelter Zustand wird also beschrieben durch den Ket-Vektor $|j_1\,m_1\,j_2,m_2\rangle$. Der Gesamtdrehimpuls des Systems wird definiert durch $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$. Die Quantenzahlen für die Eigenwerte der Operatoren $\hat{J}^2$ und J_z seien durch J und M bezeichnet. Für den gekoppelten Zustand $|j_1 = 2\,,\,j_2 = 1\,,\,J = 3\,,\,M = -3\rangle$ gilt

$$|j_1 = 2\,,\,j_2 = 1\,,\,J = 3\,,\,M = -3\rangle \quad = \quad |j_1 = 2\,,\,m_1 = -2\,,\,j_2 = 1\,,\,m_2 = -1\rangle\,.$$

Bestimmen Sie die Darstellung des gekoppelten Zustandes

$$|j_1 = 2\,,\,j_2 = 1\,,\,J = 3\,,\,M = -2\rangle$$

in der Basis der ungekoppelten Zustände.

M: 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3

$j_1 = 2 \Rightarrow m_1 = 2, 1, 0, -1, -2$

$j_2 = 1 \Rightarrow m_2 = 1, 0, -1$

$$|j_1\, j_2\, J\, M\rangle = \sum_{m_1, m_2} |j_1 m_1, j_2 m_2\rangle \underbrace{\langle j_1 m_1\, j_2 m_2 | j_1 j_2\, J\, M\rangle}_{\text{Clebsch-Gordan-Koeffizient}}$$

$C(j_1 j_2 J, m_1 m_2 M)$

$|2\ 1\ 3\ -3\rangle = |2\ -2, 1\ -1\rangle \cdot 1$