(1)

Name: [redacted] Identifiaktionsnummer: 3

**Aufgabe 3** **10 Punkte**

Ein Teilchen mit einem Spin $\frac{1}{2}$ (Fermion) befinde sich in einem Zustand

$$|\Psi\rangle = C\left\{\sqrt{2}|0\rangle\left(2i\chi^{(-)} + \chi^{(+)}\right) \quad + 3|1\rangle\chi^{(-)} \quad + |2\rangle\left(i\chi^{(-)} + \sqrt{5}\chi^{(+)}\right)\right\}.$$

Dabei bezeichneten $|n\rangle$ den Eigenzustand des eindimensionalen Harmonischen Oszillators mit der Energie $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$ und $\chi^{(+)}$ (bzw. $\chi^{(-)}$ sind die Eigenfunktionen zum Spinoperator $\hat{S}_z$ mit den Eigenwerten $\hbar/2$ (bzw. $-\hbar/2$).
Berechnen Sie:

a) die Normierungskonstante $C$,

b) den Erwartungswert $\langle\Psi|H|\Psi\rangle$ für den Hamiltonoperator des Harmonischen Oszillators,

c) den Erwartungswert des Spinoperators $\langle\Psi|\hat{S}_z|\Psi\rangle$,

d) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine gleichzeitige Messung der Oszillatorenergie und der Spinprojektion $S_z$ die Werte $E = \frac{1}{2}\hbar\omega$ und $S_z = \hbar/2$ ergibt,

e) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Messung der Oszillatorenergie $E$ den Wert $\frac{3}{2}\hbar\omega$ liefert.

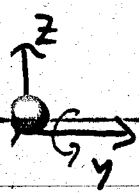
5

Name: [redacted] Identifiaktionsnummer: 3

**Aufgabe 4** **15 Punkte**

An einem Teilchen mit einem Drehimpuls $l = 1$ wurde die Projektion des Drehimpulses in Richtung der $z$-Achse gemessen und mit $l_z = \hbar$ bestimmt. An dem gleichen Teilchen wurde eine weitere Messung der Drehimpulsprojektion durchgeführt aber jetzt in Richtung des Einheitsvektors

$$\hat{e} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$




a) Bestimmen Sie in der Basis der Eigenzustände zu $l^2$ und $l_z$ den Eigenvektor mit dem Eigenwert $0\hbar$ für die Drehimpulsprojektion in Richtung $\hat{e}$.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liefert die Messung der Drehimpulsprojektion in Richtung $\hat{e}$ den Messwert Null ?

$$\left[\begin{matrix} \frac{1+\cos\beta}{2} & -\frac{\sin\beta}{\sqrt{2}} & \frac{1-\cos\beta}{2} \\ \frac{\sin\beta}{\ldots} & \ldots & \ldots \end{matrix}\right] \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\sin\beta}{\sqrt{2}} \\ \ldots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \ldots \end{pmatrix}$$

$|e\rangle = d^{(l=1)}(\beta = \frac{\pi}{2})$

falsch