

Name: ~~XXXXXXXXXX~~

Identifikationsnummer: 3

Aufgabe 5: 12 Punkte

Wir betrachten den eindimensionalen Harmonischen Oszillator und bezeichnen die sogenannten Auf- und Absteigeoperatoren mit a^\dagger und a . Damit ergibt sich für den Hamiltonoperator die Darstellung $H = \hbar\omega(a^\dagger a + 1/2)$, die normierten Energieeigenzustände sind gegeben durch

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^\dagger)^n |0\rangle,$$

und es gilt

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle.$$

- a) Zeigen Sie, dass der Zustand

$$|\lambda\rangle = \exp(\lambda a^\dagger)|0\rangle$$

ein Eigenzustand zum Absteigeoperator a ist mit dem Eigenwert λ , also

$$a|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle,$$

wobei λ eine komplexe Zahl ist.

- b) Bestimmen Sie die Normierungskonstante für diesen Eigenzustand $|\lambda\rangle$.

Name: ~~XXXXXXXXXX~~

Identifikationsnummer: 3

2,5 P.

Aufgabe 6: 12 Punkte

Wir betrachten die eindimensionale kräftefreie Bewegung eines Teilchens der Masse m . Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ sollen Schrödingerbild und Heisenbergbild zusammenfallen.

- a) Löse die Bewegungsgleichungen für die Operatoren $x_H(t)$, $p_H(t)$ der Orts- bzw. Impulsvariablen im Heisenbergbild.
- b) Drücke die Erwartungswerte der Orts- und Impulsvariablen zum Zeitpunkt t durch ihre Anfangswerte zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ und die Zeit t aus.
- c) Berechne die Kommutatoren

$$[x_H(t_2), x_H(t_1)], [p_H(t_2), p_H(t_1)] \text{ und } [x_H(t_2), p_H(t_1)].$$

(Achtung: Im Allgemeinen ist $t_2 \neq t_1$).

$$a) \frac{d x_H}{d t} = \frac{i}{\hbar} [H, x_H] \quad \checkmark$$