Quatsch
1 Bewertung A bis 10% der Besten | Wenn ich zu den besten 10 gehöre
2 B bis 25%
2 C
4 D
5 F
6

① Drehimpuls L

$L_z = \frac{1}{i\hbar}[L_x, L_y]$

$[A, L_z] = \frac{1}{i\hbar}[A,[L_x,L_y]] = \frac{1}{i\hbar}\{[A, L_x L_y] - [A, L_y L_x]\}$

$= \frac{1}{i\hbar}\{L_x \underbrace{[A,L_y]}_{=0} + \underbrace{[A,L_x]}_{=0} L_y - L_y \underbrace{[A,L_x]}_{=0} - \underbrace{[A,L_y]}_{=0} L_x\}$ □

② $j_1 = 2 \quad j_2 = 1 \quad J = 3 \quad M = -3$ $\qquad m_1 + m_2 = M$

$|j_1 = 2\; j_2 = 1,\; J = 3,\; M = -2\rangle$ $\qquad \sqrt{L(L+1) - M(M+1)}$

$L^+ |{}_{21}\, J = 3\; M = -3\rangle = \hbar\sqrt{12 - (3)(-2)}\;|2\;1\;J = 3,\; M = -2\rangle$

$|2\;1\;J = 3, M = -2\rangle = \frac{1}{\hbar\sqrt{6}}\,(l_1^+ + l_2^+)\,|\overset{j_1}{2}\overset{m_1}{-2};\overset{j_2}{1}\overset{m_2}{-1}\rangle$

$= \frac{1}{\hbar\sqrt{6}}\{\hbar\sqrt{4}\,|2\;\overset{\downarrow +}{-1}\;1\;-1\rangle + \hbar\sqrt{2}\,|2,-2,1,\overset{1^+}{0}\rangle\}$

$= \sqrt{\frac{2}{3}}\,|2\;-1\;1\;-1\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\,|2,-2,1,0\rangle$

③ $\chi^- = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \cdot \chi^+ = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ sind Spinore

$|\psi\rangle = C\cdot\{\sqrt{2}\,|0\uparrow\rangle + 2i\sqrt{2}\,|0\downarrow\rangle + 3\,|1\downarrow\rangle + \sqrt{5}\,|2\uparrow\rangle + i\,|2\downarrow\rangle$

a) $\int_{\mathbb{R}} \psi^* \psi\, d_x^3 \overset{!}{=} 1 \Leftrightarrow \int \psi\uparrow^* \psi\uparrow + \psi\downarrow^* \psi\downarrow\, d_x^3$ $\qquad$ weil $\psi = \begin{pmatrix}\psi\uparrow\\ \psi\downarrow\end{pmatrix}$

Da wir Eigenmale haben, können wir einfach die Koeffizienten quadrieren

$\langle\psi|\psi\rangle = c^2\{2 + 8 + 9 + 5 + 1\} = c^2 \cdot 25 \overset{!}{=} 1 \Rightarrow C = \frac{1}{5}\,(e^{i\alpha})$

b) $\langle\psi|H|\psi\rangle = \sum_{n,m_s} |a_{n,m_s}|^2 \cdot E_n = \frac{1}{25}\{\frac{1}{2}\hbar\omega\,(8+2) + \frac{3}{2}\hbar\omega\cdot 9 + \frac{5}{2}\hbar\omega\,(5+1)\}$

$= \frac{67}{50}\hbar\omega \approx 1{,}34\,\hbar\omega$

c) $\langle\psi|S_z|\psi\rangle = \sum_{n,m_s} |a_{n,m_s}|^2 \cdot m_s = \frac{1}{25}\{(-\frac{1}{2})\cdot(8+9+1) + \frac{1}{2}(2+5)\} = -\frac{11}{2}\hbar$

$\boxed{S_z|S m_s\rangle = m|S m_s\rangle}$

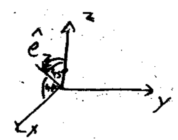
d) $\frac{1}{2}\hbar\omega$ ist Zustand $|0\rangle$

$P(\frac{1}{2}\hbar\omega, s_z = \frac{1}{2}) = \frac{1}{25}\overbrace{\langle 0\uparrow|\sqrt{2}\;\sqrt{2}\,|0\uparrow\rangle}^{=1} = \frac{2}{25}$

e) $\frac{3}{2}\hbar\omega \hat{=} |1\rangle$

$P(\frac{3}{2}\hbar\omega) = |a_{1\uparrow}|^2 + |a_{1\downarrow}|^2 = \frac{1}{25}(0^2 + 3^2) = \frac{9}{25}$

④a) Projektion auf $\hat{e} = \begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\0\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$



$\hat{=}$ Rotation von $\hat{e}_z$ um $45°\,(\frac{\pi}{4})$ um y-Achse

$L_e = O\hbar = d(\frac{\pi}{4}) \cdot \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \qquad = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$

im Drehimpulsraum $\qquad$ $m_s = \hbar m\; L_z$-Basis $\qquad$ wie in der Übung

b) $P = |\langle l_z = 1|\; l_e = 0\rangle|^2 = (1\;0\;0)\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \Rightarrow W = \frac{1}{4}$