

Rechenübungen zur Physik I
WS 2004/05 Klausur 1

Aufgabe 1 **5 Punkte**

Sie wollen den Neckar in Tübingen mit einem Boot möglichst schnell überqueren. Sie starten am Punkt A und wollen den genau gegenüber liegenden Punkt B erreichen. Bei Hochwasser habe der Neckar an dieser Stelle eine Breite von 50 m und die Geschwindigkeit des Wassers relativ zum Ufer sei 1 m/s. Ihr Boot habe eine konstante Geschwindigkeit mit einem Betrag von 4 m/s relativ zum Wasser. Unter welchem Winkel müssen Sie starten, und wie lange brauchen Sie für die Überquerung?

Aufgabe 2 **8 Punkte**

Der Führer eines mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s fahrenden Eilzuges sieht plötzlich auf dem selben Gleis mit gleicher Fahrtrichtung einen Güterzug mit einer Geschwindigkeit von 10 m/s. Zu diesem Zeitpunkt hat der letzte Wagen des Güterzuges einen Abstand von 200 m zur Lokomotive des Eilzuges. Sofort tritt der Zugführer des Eilzuges die Bremse während der Güterzug seine Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit fortsetzt. Wie groß muss die Bremsbeschleunigung b des Eilzuges mindestens sein, damit kein Zusammenstoß erfolgt?

Aufgabe 3 **8 Punkte**

Ein Massenpunkt bewege sich in der x, y Ebene in einem Kraftfeld der Form

$$\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} -2Ax + By^2 \\ 2Bxy - C \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit $A = 3 \text{ J m}^{-2}$, $B = 2 \text{ J m}^{-3}$ und $C = 5 \text{ J m}^{-1}$ auf dem direkten Verbindungsweg von P_1 (mit $x = 2 \text{ m}$, $y = 2 \text{ m}$, $z=0$) zum Punkt P_2 (mit $x = -2 \text{ m}$, $y = 4 \text{ m}$, $z=0$). Berechnen Sie die Arbeit, die bei dieser Bewegung an dem Teilchen geleistet werden muss.

Aufgabe 4**12 Punkte**

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in einem Medium und erfährt dabei eine Reibungskraft, die vom Betrag der Geschwindigkeit v abhängt in der Form

$$F_R = -m k (v^3 + a^2 v), \quad \text{mit } k > 0.$$

Zeigen Sie, dass auch bei beliebig hoher Startgeschwindigkeit v_0 das Teilchen höchstens eine Wegstrecke der Länge $\pi/(2ka)$ zurücklegt.

Hinweise: Vernachlässigen Sie die Effekte der speziellen Relativitätstheorie, die eigentlich bei sehr hohen Geschwindigkeiten berücksichtigt werden müssten; es gilt:

$$\int \frac{1}{x^2 + b^2} dx = \frac{1}{b} \arctan\left(\frac{x}{b}\right).$$

Aufgabe 5:**8 Punkte**

Ein Güterwaggon ($m = 10000$ kg) rollt reibungsfrei von einem 5 m hohen Ablaufberg herunter auf einen Prellbock.

- Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Wagen auf den Prellbock?
- Der Wagen hat zwei identische Federn als Puffer, die den Wagen abbremsen sollen. Welche Federkonstante C muss jede dieser Federn haben, um den Wagen bei einem Federweg von 0,2 m abzubremesen?

Aufgabe 6:**12 Punkte**

Betrachten Sie die Schwingung eines Massenpunktes m um eine Gleichgewichtslage $x = 0$ mit einer Rückstellkraft F_r und einer Dämpfungskraft F_d der Form

$$F_r = -m k x \quad \text{und} \quad F_d = -m \alpha \frac{dx}{dt}, \quad \text{mit } k = 2, \quad \alpha = 2.$$

Außerdem wirkt auf diesen Massenpunkt eine antreibende Kraft der Form

$$F_e = m F_0 e^{-\gamma t} \quad \text{mit } \gamma > 0.$$

- Erstellen Sie die Bewegungsgleichung für diesen Massenpunkt und schreiben Sie diese in die Form einer inhomogenen Differenzialgleichung.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzialgleichung.
- Welche Bedingungen ergeben sich für die Koeffizienten dieser allgemeinen Lösung dadurch, dass $x(t)$ eine reellwertige Funktion sein muss?

Aufgabe 7:**12 Punkte**

Der Komet Halley bewegt sich wie die Planeten auf einer Ellipsenbahn um die Sonne. Seine Umlaufzeit beträgt 75 Jahre und der geringste Abstand zur Sonne ist 0,5 AE (eine astronomische Einheit AE ist der Abstand der Erde zur Sonne, wir nehmen in dieser Aufgabe an, dass die Bahn der Erde um die Sonne eine Kreisbahn ist).

- a) Berechnen Sie aus diesen Angaben den Wert für die große (a) und die kleine Halbachse (b) der Kometenbahn in Einheiten AE.
- b) Wie groß ist der maximale Abstand des Kometen von der Sonne?
- c) Berechnen Sie die minimale und die maximale Geschwindigkeit des Kometen auf seiner Bahn.

Aufgabe 8:**12 Punkte**

Die Dichteverteilung eines Kegels ist in kartesischen Koordinaten gegeben durch

$$\rho(x, y, z) = \begin{cases} \rho_0 & \text{für } 0 \leq z \leq l \text{ und } x^2 + y^2 \leq (l - z)^2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Berechnen Sie die Masse dieses Kegels.
- c) Berechnen Sie den Vektor des Schwerpunktes.